ELEMENTI DI INFORMATICA TEORICA

Parte 2: Linguaggi Formali e Automi

2.2 Automi a Stati Finiti

Giovanni Amendola

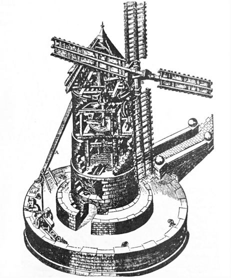
Corso di laurea triennale in Informatica
Università della Calabria

11 aprile 2022

Anno Accademico 2021/2022

Automi e percezioni sensibili

La macchina-mulino di Leibniz (*Monadologia*, 1714)



«Immaginiamo una **macchina** strutturata in modo tale che sia **capace di pensare, di sentire, di avere percezioni**; supponiamola ora ingrandita, con le stesse proporzioni, in modo che vi si possa entrare come un **mulino**. Fatto ciò, visitando la macchina al suo interno, troveremo sempre e soltanto pezzi che si spingono a vicenda, ma nulla che sia in grado di spiegare una percezione. Quindi **la percezione va cercata nella sostanza semplice**, non già nel Composto, cioè nella macchina».

Automi e percezioni sensibili

La percezione visiva: esempio del vedere un colore

Automi e percezioni sensibili

Il profumo della rosa (F. Faggin, *Silicio*, 2019)

«Una rosa emette particolari molecole con specifiche strutture tridimensionali. Queste possono entrare, come una "chiave", nella "serratura" di certe molecole recettoriali incorporate nelle membrane delle cellule olfattive situate nell'epitelio nasale. Quando ciò avviene, la cellula che contiene il recettore così attivato produce un segnale elettrico. I segnali prodotti dalle cellule olfattive costituiscono i segnali d'ingresso delle reti neurali della corteccia olfattiva, che producono segnali di uscita corrispondenti al *nome* dell'oggetto identificato: "rosa" in questo caso. Anche una macchina può riconoscere una rosa dal suo odore. Tuttavia una macchina non "sente" nulla, mentre noi sentiamo il *profumo*, oltre a riconoscere la "rosa" come sua fonte».

Automi e percezioni sensibili

Sentire i suoni (Cartesio, *Il Mondo o Trattato sulla Luce*, 1662)

«Credete voi che, anche quando non badiamo al significato delle parole limitandoci a udirne il suono, l'idea di questo suono, che si forma nel nostro pensiero, sia qualcosa di simile all'oggetto che ne è causa? Un uomo apre la bocca, muove la lingua, tira il fiato; in tutte queste azioni non vedo nulla che non differisca parecchio dal suono che ci fanno immaginare. La maggiore parte dei filosofi afferma che **il suono altro non è se non una certa vibrazione dell'aria che viene a colpire i nostri orecchi**; dimodoché, se il senso dell'udito rappresentasse al nostro pensiero la vera immagine del suo oggetto, dovrebbe farci concepire, anziché il suono, il movimento delle parti dell'aria che vibra allora contro i nostri orecchi».

Automi e percezioni sensibili: alcune considerazioni

- Le percezioni sensibili sono chiamate **qualia** (esperienze soggettive coscienti) e riguardano gli "esseri senzienti" (ad es. cani, gatti, umani, ...)
- Rilevanza per la possibilità di una **Intelligenza Artificiale "cosciente"**
    - Nessuna Intelligenza Artificiale manifesta percezioni sensibili (hanno sensori per interfacciarsi con l'esterno).

Automi e percezioni sensibili: alcune considerazioni

- Le percezioni sensibili sono chiamate **qualia** (esperienze soggettive coscienti) e riguardano gli "esseri senzienti" (ad es. cani, gatti, umani, ...)
- Rilevanza per la possibilità di una **Intelligenza Artificiale "cosciente"**
  - Nessuna Intelligenza Artificiale manifesta percezioni sensibili (hanno sensori per interfacciarsi con l'esterno).
- Rilevanza per l'**epistemologia scientifica**
  - Le percezioni sensibili fanno parte di **questo universo**
  - Le **scienze moderne della natura** non offrono alcun accesso a questi fenomeni dell'universo
  - Necessità di **allargare gli orizzonti metodologici** per capire meglio il nostro universo

Automi a Stati Finiti Non Deterministici

- Un *Automa a Stati Finiti Deterministico* (AFD) è una quintupla $\mathcal{A} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, dove

$$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$$

- Un *Automa a Stati Finiti Non Deterministico* (AFN) è una quintupla $\mathcal{N} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, dove

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow \mathcal{P}(Q)$$

- Un AFN ha lo **stesso potere espressivo** di un AFD
  - Il non determinismo in questo caso non aumenta le capacità dell'automa
  - È possibile tradurre un AFN in un AFD

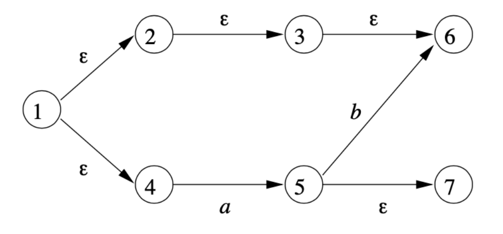
AFN con ϵ-transizioni

Definizione: ϵ-**chiusura**

Dato un stato q, definiamo in modo induttivo l'insieme $eps(q)$:

- Passo base: $q \in eps(q)$
- Passo induttivo: se $q_1 \in eps(q)$ e $q_2 \in \delta(q_1, \epsilon)$, allora $q_2 \in eps(q)$.

Esempio



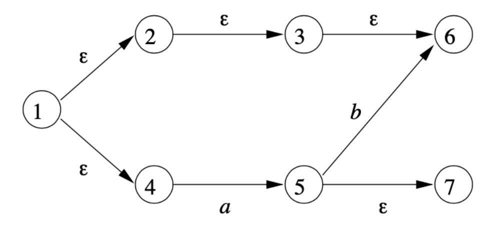
AFN con ϵ-transizioni

Definizione: ϵ-**chiusura**

Dato un stato q, definiamo in modo induttivo l'insieme $eps(q)$:

- Passo base: $q \in eps(q)$
- Passo induttivo: se $q_1 \in eps(q)$ e $q_2 \in \delta(q_1, \epsilon)$, allora $q_2 \in eps(q)$.

Esempio



$$eps(q_1) = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_6\}$$

AFN con ϵ-transizioni

Esempio

Un AFN con ϵ-transizioni che accetta numeri decimali (ad es. -145.35, .19, 2.) dovrà avere

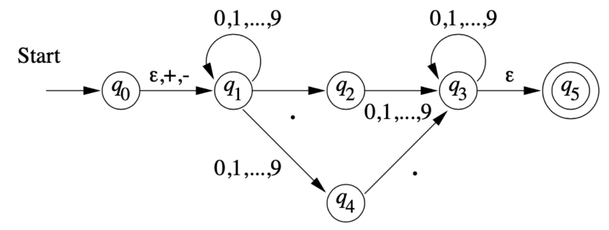
1. Un segno $+$ o $-$ opzionale.
2. Una stringa di cifre decimali (opzionale).
3. Un punto decimale.
4. Un'altra stringa di cifre decimali (opzionale).

AFN con ϵ-transizioni

Esempio

Un AFN con ϵ-transizioni che accetta numeri decimali (ad es. -145.35, .19, 2.) dovrà avere

1. Un segno $+$ o $-$ opzionale.
2. Una stringa di cifre decimali (opzionale).
3. Un punto decimale.
4. Un'altra stringa di cifre decimali (opzionale).



Da AFN con ϵ-transizioni ad AFD

Teorema: Equivalenza tra AFD e AFN

Per ogni AFN esiste un AFD ad esso equivalente.

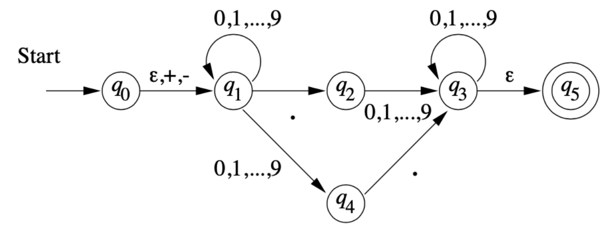
Costruzione della trasformazione

Dato un AFN $\mathcal{N} = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, costruiamo un AFD $\mathcal{A} = \langle Q', \Sigma, \delta', q'_0, F' \rangle$ ad esso equivalente:

1. $Q' = \mathcal{P}(Q)$
2. $\delta' : \mathcal{P}(Q) \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$ tale che
$$\delta'(S, a) = \bigcup\{eps(q) \mid q \in \delta(s, a), s \in S\}$$
3. $q'_0 = eps(q_0)$
4. $F' = \{S \in Q' \mid S \cap F \neq \emptyset\}$

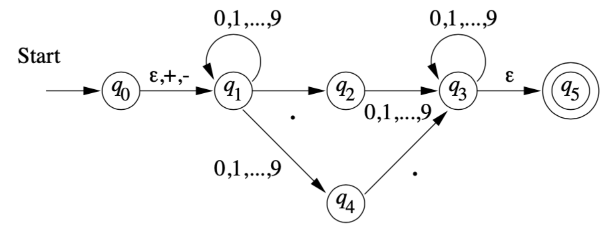
Da AFN con ϵ-transizioni ad AFD

Esempio: Costruzione dell'AFD equivalente



Da AFN con ϵ-transizioni ad AFD

Esempio: Costruzione dell'AFD equivalente



	$+$	$-$	$\cdot$	$0, 1, \ldots, 9$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2, q_3, q_5\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
$\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$

Da AFN con ϵ-transizioni ad AFD

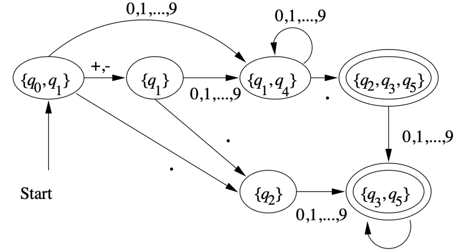
Esempio: Costruzione dell'AFD equivalente

	$+$	$-$	$\cdot$	$0, 1, \ldots, 9$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2, q_3, q_5\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
$\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$

Da AFN con ϵ-transizioni ad AFD

Esempio: Costruzione dell'AFD equivalente

	$+$	$-$	$\cdot$	$0, 1, \ldots, 9$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
$\{q_1, q_4\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_2, q_3, q_5\}$	$\{q_1, q_4\}$
$\{q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$
$\{q_2, q_3, q_5\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{q_3, q_5\}$



Da AFN ad AFD

Esercizio

Costruire un AFN che riconosca il linguaggio

$$\mathcal{L} = \{aab\}^*\{a, aba\}^*$$

Tradurre l'AFN in un AFD.

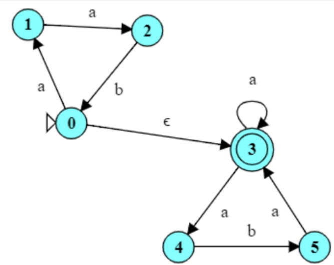
Da AFN ad AFD

Esercizio

Costruire un AFN che riconosca il linguaggio

$$\mathcal{L} = \{aab\}^* \{a, aba\}^*$$

Tradurre l'AFN in un AFD.



	a	b
$\{q_0, q_3\}$	$\{q_1, q_3, q_4\}$	$\emptyset$
$\{q_1, q_3, q_4\}$	$\{q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_5\}$
$\{q_2, q_3, q_4\}$	$\{q_3, q_4\}$	$\{q_0, q_3, q_5\}$
$\{q_3, q_4\}$	$\{q_3, q_4\}$	$\{q_5\}$
$\{q_5\}$	$\{q_3\}$	$\emptyset$
$\{q_3\}$	$\{q_3, q_4\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_3, q_5\}$	$\{q_1, q_3, q_4\}$	$\emptyset$